

Kenmerk : AM2017/DMMP/014/ha

Course : **Mathematics A (Euclid)**

Date : September 22, 2017

Time : 13.45 – 14.45 hrs

**Motivate all your answers.  
The use of electronic devices is not allowed.**

1. [3 pt]

Let, for  $k \in \{1, 2, 3, \dots, 50\}$ , the sets  $A_k \subseteq \mathbb{R}$  be given by:

$$A_k = (0, 50 + k) \cap [k, 100].$$

(a) [1 pt] Write  $A_k$  as one interval.

(b) [2 pt] Determine

$$\bigcup_{k=1}^{50} A_k \quad \text{and} \quad \bigcap_{k=1}^{50} A_k.$$

2. [3 pt]

Let  $A$ ,  $B$  and  $C$  be sets in a universe  $\mathcal{U}$ .

Determine a quantified statement for the following (i.e. a statement only using one or more of the following symbols:  $\forall, \exists, x, A, B, C, (, ), [, ], \vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow, \in, \notin, \neg$ )

$$(B \cap C) \subseteq \bar{A}.$$

3. (a) [2 pt] Let  $a, b \in \mathbb{Z}$ , with  $a$  even and  $b$  odd. Use the definitions of *even* and *odd* to prove that  $a - b$  is odd.

(b) [3 pt] Prove with mathematical induction that for all  $n \in \mathbb{N}$ ,

$$\sum_{i=1}^n (-1)^i \cdot i^2 = \frac{(-1)^n \cdot n(n+1)}{2}.$$

4. In this exercise your answers must be numbers; if your answer contains binomial coefficients or factorials, like  $\binom{8}{3}$  or  $8!$ , you must expand these and compute the outcome. Consider six different kinds of fruit and five different kinds of candy.

(a) [1.5 pt] In how many ways can one choose a collection of three different kinds of fruit?

(b) [1.5 pt] If there are three boys and two girls, in how many ways can one give each boy one kind of fruit and each girl one kind of candy?

**Total:** 14 points

Vak : **Mathematics A (Euclides)**

Datum : 22 september 2017

Tijd : 13.45 – 14.45 uur

**Motiveer al uw antwoorden.**

**Het gebruik van elektronische apparatuur is niet toegestaan.**

1. [3 pt]

Laat, voor  $k \in \{1, 2, 3, \dots, 50\}$ , de verzamelingen  $A_k \subseteq \mathbb{R}$  gegeven zijn door:

$$A_k = (0, 50 + k) \cap [k, 100].$$

(a) [1 pt] Schrijf  $A_k$  als één interval.

(b) [2 pt] Bepaal

$$\bigcup_{k=1}^{50} A_k \quad \text{en} \quad \bigcap_{k=1}^{50} A_k.$$

2. [3 pt]

Laat  $A$ ,  $B$  en  $C$  verzamelingen zijn in een universum  $\mathcal{U}$ .

Beschrijf de volgende bewering door uitsluitend gebruik te maken van één of meer van de volgende symbolen:  $\forall, \exists, x, A, B, C, (, ), [, ], \vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow, \in, \notin, \neg$

$$(B \cap C) \subseteq \bar{A}.$$

3. (a) [2 pt] Laat  $a, b \in \mathbb{Z}$ , met  $a$  even en  $b$  oneven. Gebruik de definities van *even* en *oneven* om te bewijzen dat  $a - b$  oneven is.

(b) [3 pt] Bewijs met volledige inductie dat voor alle  $n \in \mathbb{N}$ ,

$$\sum_{i=1}^n (-1)^i \cdot i^2 = \frac{(-1)^n \cdot n(n+1)}{2}.$$

4. In deze opgave moeten uw antwoorden getallen zijn; als uw antwoord binomiaalcoëfficiënten of faculteiten bevat, zoals  $\binom{8}{3}$  of  $8!$ , dient u deze uit te werken en de uitkomst te berekenen.

Beschouw zes verschillende soorten fruit en vijf verschillende soorten snoepjes.

(a) [1.5 pt] Op hoeveel manieren kan men een verzameling van drie verschillende soorten fruit kiezen?

(b) [1.5 pt] Als er drie jongens en twee meisjes zijn, op hoeveel manieren kan men dan elke jongen één soort fruit geven en elk meisje één soort snoepje?

**Totaal:** 14 punten