

Mathematics A (Euclid)

Sample test 2

Duration: 1 hour.

Motivate all your answers.

The use of electronic devices is not allowed.

1. (a) [2 pt] Let, in the universal set $\mathcal{U} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, the sets A and B be given by:
 $A = \{1, 2, 4, 6\}$ and $B = \{1, 4, 5, 6\}$.
Determine $A \cup \overline{B}$ and $\overline{A - B}$.
- (b) [3 pt] Determine the truth values of the following statements for $x, y \in \{1, 2, 3, 4\}$ and $x, y \in \mathbb{R}$ respectively:

$$\exists x(\exists y [x + y = 1]); \quad \exists x(\forall y [xy = x]) \quad \text{and} \quad \forall y(\exists x [xy > 3]).$$

Motivate your answers!

2. (a) [2 pt] Give a proof or a counterexample for the following statement:
The product of two irrational numbers is irrational.
- (b) [3 pt] Let $m, n, p \in \mathbb{Z}$ such that both $m + n$ and $n + p$ are even. Prove that $m + p$ is even.

3. (a) [2 pt] Formulate Newton's binomial theorem.
- (b) [2 pt] Use Newton's binomial theorem to prove that for all $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$:

$$\binom{n}{0} - 2\binom{n}{1} + 2^2\binom{n}{2} - \dots + (-1)^n 2^n \binom{n}{n} = (-1)^n.$$

Total: 14 points

Mathematics A (Euclides)

Voorbeeldtoets 2

Duur: 1 uur.

Motiveer al uw antwoorden.

Het gebruik van elektronische apparatuur is niet toegestaan.

1. (a) [2 pt] Laat, in het universum $\mathcal{U} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, de verzamelingen A en B gegeven zijn door: $A = \{1, 2, 4, 6\}$ en $B = \{1, 4, 5, 6\}$.

Bepaal $A \cup \overline{B}$ en $\overline{A - B}$.

- (b) [3 pt] Bepaal de waarheidswaarden van de volgende beweringen, voor respectievelijk de domeinen $\{1, 2, 3, 4\}$ en \mathbb{R} :

$$\exists x(\exists y[x + y = 1]); \quad \exists x(\forall y[xy = x]) \quad \text{en} \quad \forall y(\exists x[xy > 3]).$$

Beargumenteer uw antwoorden!

2. (a) [2 pt] Geef een bewijs of een tegenvoorbeeld voor de volgende bewering:
Het product van twee irrationale getallen is irrationaal.

- (b) [3 pt] Laat $m, n, p \in \mathbb{Z}$ zo dat zowel $m + n$ als $n + p$ even zijn. Bewijs dat dan ook $m + p$ even is.

3. (a) [2 pt] Formuleer de binomiaalstelling van Newton.

- (b) [2 pt] Bewijs met behulp van de binomiaalstelling van Newton dat voor alle $n \geq 0$:

$$\binom{n}{0} - 2\binom{n}{1} + 2^2\binom{n}{2} - \dots + (-1)^n 2^n \binom{n}{n} = (-1)^n.$$

Totaal: 14 punten