

## Mathematics A (Euclid)

### Sample test 1

**Duration: 1 hour.**

**Motivate all your answers.**

**The use of electronic devices is not allowed.**

1. (a) [3 pt] Let, for  $1 \leq k \leq 10$ , the intervals  $A_k$  be given by:  $A_k = [-\frac{1}{k}, 2k)$ .
- Determine  $A_4 - A_2$ ,  $\bigcap_{k=1}^{10} A_k$  and  $\bigcup_{k=1}^{10} A_k$ .
- (b) [3 pt] Construct a truth table for the propositions  $(p \wedge q) \rightarrow r$  and  $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$ , and use it to examine if these propositions are logically equivalent.
2. [4 pt]  
Prove with mathematical induction that for all  $n \geq 1$ ,
- $$\sum_{i=1}^n (-1)^i \cdot i^2 = \frac{1}{2}(-1)^n n(n+1).$$
3. A tennisclub has 20 male members and 30 female members. A group of seven people has to be formed out of these members. Determine in how many ways this group can be formed in the following cases. Your final answer may contain binomial coefficients, you don't need to work these out.
- (a) [1 pt] If there are no further restrictions.
- (b) [3 pt] If a majority in the group must be female.

**Total: 14 points**

## Mathematics A (Euclides)

### Voorbeeldtoets 1

Duur: 1 uur.

Motiveer al uw antwoorden.

Het gebruik van elektronische apparatuur is niet toegestaan.

1. (a) [3 pt] Laat, voor  $1 \leq k \leq 10$ , het interval  $A_k$  gegeven zijn door:  $A_k = [-\frac{1}{k}, 2k)$ .

Bepaal  $A_4 - A_2$ ,  $\bigcap_{k=1}^{10} A_k$  en  $\bigcup_{k=1}^{10} A_k$

- (b) [3 pt] Construeer een waarheidstabel voor de proposities  $(p \wedge q) \rightarrow r$  en  $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$ , en onderzoek hiermee of deze proposities logisch equivalent zijn.

2. [4 pt]  
Bewijs met volledige inductie dat voor alle  $n \geq 1$ ,

$$\sum_{i=1}^n (-1)^i \cdot i^2 = \frac{1}{2}(-1)^n n(n+1).$$

3. Een tennisclub heeft 20 mannelijke en 30 vrouwelijke leden. Er moet een groep van zeven mensen worden samengesteld uit deze leden. Bepaal het aantal mogelijke groepen dat kan worden samengesteld in de volgende gevallen. Uw antwoord mag binomiaalcoëfficiënten bevatten, u hoeft deze niet verder uit te werken.

- (a) [1 pt] Als er geen verdere restricties zijn.  
(b) [3 pt] Als een meerderheid van de groep uit vrouwen moet bestaan.

**Totaal:** 14 punten